

幂函数

一、课后练习

1. 已知幂函数 $f(x) = kx^\alpha$ 的图像过点 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $k + \alpha =$ 【 】

A. 2

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{7}{2}$

D. 1

E. $\frac{3}{2}$

2. 已知幂函数 $y = (m^2 - 1)x^{m^2 - 1}$ 的图像不过原点, 则 m 有几种取值? 【 】

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 无数个

3. 已知幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 和 $g(x) = x^\beta$, 其中 $\alpha > \beta > 0$, 则有下列说法:

① $f(x)$ 和 $g(x)$ 图像都过点 $(1, 1)$;

② $f(x)$ 和 $g(x)$ 图像都过点 $(-1, 1)$;

③ 在区间 $[1, +\infty)$ 上, 增长速度更快的是 $f(x)$;

④ 在区间 $[1, +\infty)$ 上, 增长速度更快的是 $g(x)$;

则其中正确命题的有几个? 【 】

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 4

4. 在下列函数中，定义域和值域不同的有几个？【 】

① $y = x^{\frac{1}{3}}$;

② $y = x^{\frac{5}{3}}$;

③ $y = x^{\frac{1}{6}}$;

④ $y = x^{\frac{2}{3}}$;

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 4

5. 幂函数 $y = f(x)$ 的图像过点 $(2, \sqrt{2})$ ，则 $y = x - f(x)$ 的值域中最小的整数为【 】

A. -1

B. 1

C. -2

D. 2

E. 0

6. 已知函数 $f(x) = (x^2 - 4x + 3)^{\frac{3}{2}}$ 的增区间中最小的整数为【 】

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

E. 不存在

7. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 - 4m + 4)x^{m^2 - 2m}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数，则满足要求的整数 m 有几个？【 】

A. 0

B. 1

C.2

D.3

E.无数个

8.已知幂函数 $f(x)=(8m^2-2m)x^m$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $f(4)=$ 【 】

A.6

B.4

C.2

D.3

E.8

9.已知幂函数 $f(x)=(a^2-3a+3)x^{a+1}$ 为偶函数, 则整数 a 有几个取值? 【 】

A.0

B.1

C.2

D.3

E.无数个

10.已知 $(5-2m)^{\frac{1}{2}} < (m-1)^{\frac{1}{2}}$, 则 m 的取值范围包含几个质数? 【 】

A.0

B.1

C.2

D.3

E.无数个

11.已知幂函数 $y=(m^2-m-1)x^{m^2-2m-3}$, 不是偶函数, m 为整数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时为减函数, 求 $y(2)=$ 【 】

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{16}$

D. 4

E. 8

12. 已知幂函数 $y=x^{m-2}$ ($m \in \mathbb{N}$) 的图像与 x, y 轴都无交点, 且关于 y 轴对称, 求 m 有几个取值?

【 】

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 无数个

13. 若点 $(\sqrt{2}, 2)$ 在幂函数 $f(x)$ 的图像上, 点 $(-2, \frac{1}{4})$ 在幂函数 $g(x)$ 的图像上, 求 $\min(f(x), g(x))$

的最大值. 【 】

A. 4

B. 3

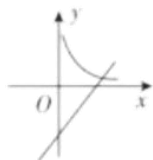
C. 2

D. 1

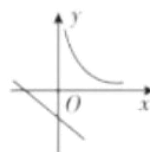
E. 不存在

二、补充练习

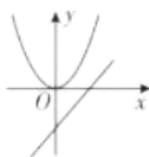
1. 在同一平面直角坐标系中函数 $y=x^a$ ($a \neq 0$) 和 $y=ax+\frac{1}{a}$ 的图像可能是 【 】



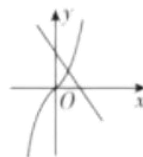
A



B



C



D

2. 幂函数 $y=x^{a^2-2a-3}$ 是奇函数，且在 $(0, +\infty)$ 是减函数，则整数 a 的值是【 】

- A.0
- B.1
- C.2
- D.0 或 2
- E.1 或 2

3. 已知幂函数 $y=f(x)$ 的图像经过点 $(4, \frac{1}{2})$ ，若 $f(a+1) \leq f(4-2a)$ ，则实数 a 的取值范围为【 】

- A.(1, 3]
- B.[1, 2)
- C.[1, $+\infty$)
- D. $(-1, 2)$
- E. $(-1, 1]$

4. 已知 $a=2^{-\frac{3}{2}}$ ， $b=(\frac{2}{5})^3$ ， $c=(\frac{1}{2})^3$ ，则 a 、 b 、 c 的大小顺序正确的是【 】

- A. $c>a>b$
- B. $a>b>c$
- C. $b>a>c$
- D. $a>c>b$
- E. $b>c>a$

5. 幂函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(4, 2)$ ，若 $0 < a < b < 1$ ，则下列各式正确的是【 】

- A. $f(a) < f(b) < f(\frac{1}{a}) < f(\frac{1}{b})$
- B. $f(\frac{1}{a}) < f(\frac{1}{b}) < f(b) < f(a)$
- C. $f(a) < f(b) < f(\frac{1}{b}) < f(\frac{1}{a})$
- D. $f(\frac{1}{a}) < f(a) < f(\frac{1}{b}) < f(b)$
- E. $f(\frac{1}{a}) < f(\frac{1}{b}) < f(a) < f(b)$

6. 若 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \log_2 a$, $\left(\frac{1}{2}\right)^b = b^2$, $c^{\frac{1}{2}} = 2^{-c}$, 则正数 a, b, c 大小关系是 【 】

A. $c < a < b$

B. $c < b < a$

C. $a < c < b$

D. $a < b < c$

E. $b < c < a$

7. 若集合 $M = \{y | y = 2^{-x}\}$, $P = \{y | y = \sqrt{x-1}\}$, $M \cap P =$ 【 】

A. $\{y | y > 1\}$

B. $\{y | y \geq 1\}$

C. $\{y | y > 0\}$

D. $\{y | y \geq 0\}$

8. 幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 的图像经过点 $\left(4, \frac{1}{2}\right)$, 则 $f\left(\frac{1}{4}\right)$ 的值为 【 】

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

E. 0

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x < 1 \\ 2^x, & x \geq 1 \end{cases}$, 则满足 $f(f(a)) = 2^{f(a)}$ 的 a 的取值范围是 【 】

A. $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$

B. $[0, 1]$

C. $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right]$

D. $[1, +\infty]$

E. $[1, 2]$

锥体

一、课后练习

1. 已知圆锥地面圆的半径为 6，高为 8. 则圆锥的侧面积为【 】

- A.48
- B. 48π
- C. 120π
- D. 60π
- E. 90π

2. 将一个圆心角是 90° 的扇形围成一个圆锥的侧面，则该圆锥的侧面积 $S_{\text{侧}}$ 和底面积 $S_{\text{底}}$ 的关系为【 】

- A. $S_{\text{侧}}=S_{\text{底}}$
- B. $S_{\text{侧}}=2S_{\text{底}}$
- C. $S_{\text{侧}}=3S_{\text{底}}$
- D. $S_{\text{侧}}=3.5S_{\text{底}}$
- E. $S_{\text{侧}}=4S_{\text{底}}$

3. 如图 1，在正方形铁皮上剪下一个扇形和一个半径为 1 的圆形，使之恰好围成图 2 所示的一个圆锥，则圆锥的高为【 】

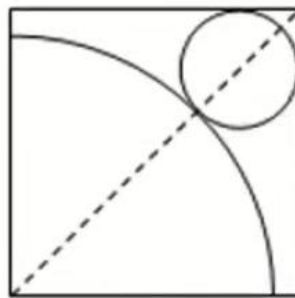


图 1



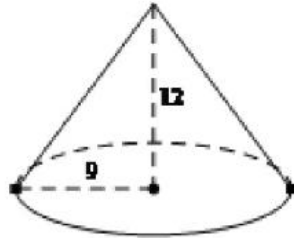
图 2

- A. $\sqrt{17}$
- B.4
- C. $\sqrt{15}$

D. $\sqrt{3}$

E. 3.5

4. 小红需要用扇形薄纸板做成底面半径为 9 厘米，高为 12 厘米的圆锥形生日帽，则该扇形薄纸板的圆心角为【 】



A. 150°

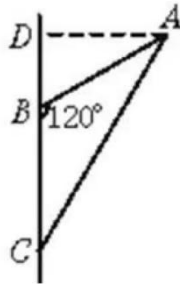
B. 180°

C. 216°

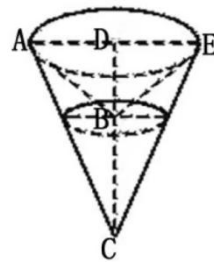
D. 240°

E. 270°

5. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=2$ ， $BC=1.5$ ， $\angle ABC=120^\circ$ （如图所示），若将 $\triangle ABC$ 绕直线 BC 旋转一周，则所形成的旋转体的体积是【 】



图(a)



图(b)

A. $\frac{7}{2}\pi$

B. $\frac{5}{2}\pi$

C. 2π

D. $\frac{1}{2}\pi$

E. $\frac{3}{2}\pi$

6. 在一个深为 50m，顶圆半径为 100m 的正圆锥体储水容器储满水，假设其水位以 2m/h 的速度均匀下降，当 10 小时的时候，水池内有多少水？【 】

- A. $108\,000\pi$
- B. $36\,000\pi$
- C. $54\,000\pi$
- D. $21\,600\pi$
- E. $10\,800\pi$

7. 一个底面直径为 20 的装有一部分水的圆柱形容器，水中放着一个底面直径为 12，高为 10 的圆锥形的铅锤，当铅锤从水中取出来，容器中的水面高度下降了【 】

- A. 2.4
- B. 2
- C. 1.6
- D. 1.2
- E. 0.9

8. 有一个圆锥体沙堆，底面积是 20 平方米，高 1.2 米.用这堆沙铺在 10 米宽的公路上，铺 2 厘米厚，能铺多少米长的公路？【 】

- A. 20 米
- B. 25 米
- C. 30 米
- D. 40 米
- E. 45 米

9. 若一个圆锥的轴截面是等边三角形，其面积为，则这个圆锥的全面积是

- A. 3π
- B. $3\sqrt{3}\pi$
- C. 6π
- D. 9π
- E. 10π

10. 在半径为 30 米的圆形广场中央上空，设置一个照明光源，射向地面的光是圆锥形，且轴截面顶角为 120° ，若要光源恰好照亮整个广场，则其高度应为多少米？【 】

- A. $30\sqrt{3}$
- B. $15\sqrt{2}$
- C. $10\sqrt{3}$
- D. 15
- E. 16

11. 已知圆锥的底面半径为 6，母线长为 10，则圆锥的外接球表面积为【 】

- A. 300π
- B. 360π
- C. 450π
- D. 540π
- E. $\frac{625}{4}\pi$

12. 有一个倒圆锥形容器，它的轴截面是一个正三角形，在容器内放入一个半径为 r 的球，并注入水，使水面与球正好相切，然后将球取出，这时容器中水的深度是【 】

- A. $\sqrt[3]{15}r$
- B. $2r$
- C. $\frac{3r}{2}$
- D. $\sqrt{6}r$
- E. $\sqrt[3]{14}r$

二、补充练习

1. 已知圆锥的轴截面是等腰直角三角形，且圆锥的母线长为 2，则圆锥的侧面积是【 】

- A. 2
- B. $\sqrt{2}\pi$
- C. 2π
- D. $2\sqrt{2}\pi$
- E. $4\sqrt{2}\pi$

2. 已知圆锥的底面半径为 1，侧面展开图的圆心角为 60° ，则此圆锥的表面积为【 】

- A. 3π
- B. 4π

C. 6π

D. 7π

E. 9π

3. 从正方体里削出一个最大的圆锥，圆锥的体积是 $\frac{\pi}{2}$ ，则正方体的体积是【 】

A. 4

B. 6

C. 8

D. 9

E. 12

4. 已知圆锥的轴截面是一个边长为 2 的等边三角形，则该圆锥的侧面积为【 】

A. 3π

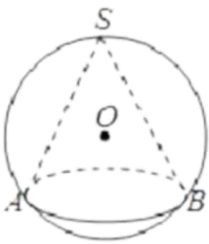
B. $\frac{8}{3}\pi$

C. $\frac{7}{3}\pi$

D. 2π

E. π

5. 如图，已知一个底面半径为 1，高为 3 的圆锥内接于球 O，则球 O 的表面积为【 】



A. $\frac{100}{9}\pi$

B. $\frac{50}{3}\pi$

C. $\frac{50}{9}\pi$

D. $\frac{20}{3}\pi$

E. $\frac{20}{9}\pi$

6. 已知圆锥的底面半径为 2，高为 $4\sqrt{2}$ ，则该圆锥内切球的表面积为【 】

- A. 4π
- B. $4\sqrt{2}\pi$
- C. 8π
- D. $8\sqrt{2}\pi$
- E. 2π

7. 直角三角形 ABC 中，斜边 AB 长为 2，绕直角边 AC 所在直线旋转一周形成一个几何体，若该几何体外接球表面积为 $\frac{16\pi}{3}$ ，则 AC 长为【 】

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B. 1
- C. $\sqrt{2}$
- D. 2
- E. $\sqrt{3}$

8. 正三棱锥底面边长为 3，侧棱长为 $2\sqrt{3}$ ，则下列结论正确的有____个.【 】

- ①正三棱锥高为 3;
- ②正三棱锥的斜高为 $\frac{\sqrt{39}}{2}$;
- ③正三棱锥的体积为 $\frac{27\sqrt{3}}{4}$;
- ④正三棱锥的侧面积为 $\frac{9\sqrt{39}}{4}$.

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

9. 正三棱锥的底面周长为 6，侧面都是直角三角形，则此棱锥的表面积为【 】

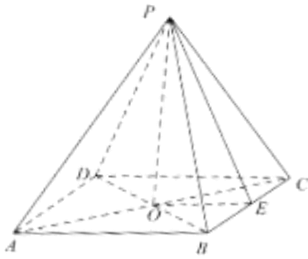
- A. $\sqrt{3}+3$
- B. $\sqrt{3}+1$

C. $\sqrt{3}+6$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}+3$

E.3

10. 如图，一个正四棱锥的底面的边长为 4，高与斜高的夹角为 30° ，则正四棱锥的侧面积为 **【 】**



A.8

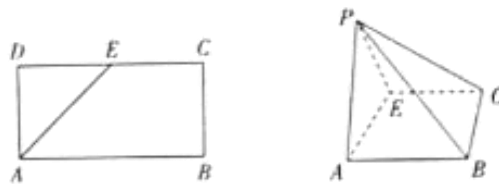
B.16

C.32

D. $16\sqrt{3}$

E.64

11. 矩形 ABCD 中， $AB=4$ ， $AD=2$ ，点 E 为 CD 中点，沿 AE 把 $\triangle ADE$ 折起，点 D 到达点 P，使得平面 $PAE \perp$ 平面 ABCE，则四棱锥 P-ABCE 的体积为 **【 】**



A. $6\sqrt{2}$

B. $4\sqrt{2}$

C.4

D. $2\sqrt{2}$

E.2